EXERCICE N°1 :	30'	5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. m étant un paramètre réel.

On considère S' : $x^2+y^2+z^2+2x-2y-4z+2=0$ et les plans $Q: x-y+z+3=0$ et

$P_m: mx-my-z+m=0$.

I. 1°) Montrer que S' est une sphère dont on précisera le centre J et le rayon R.

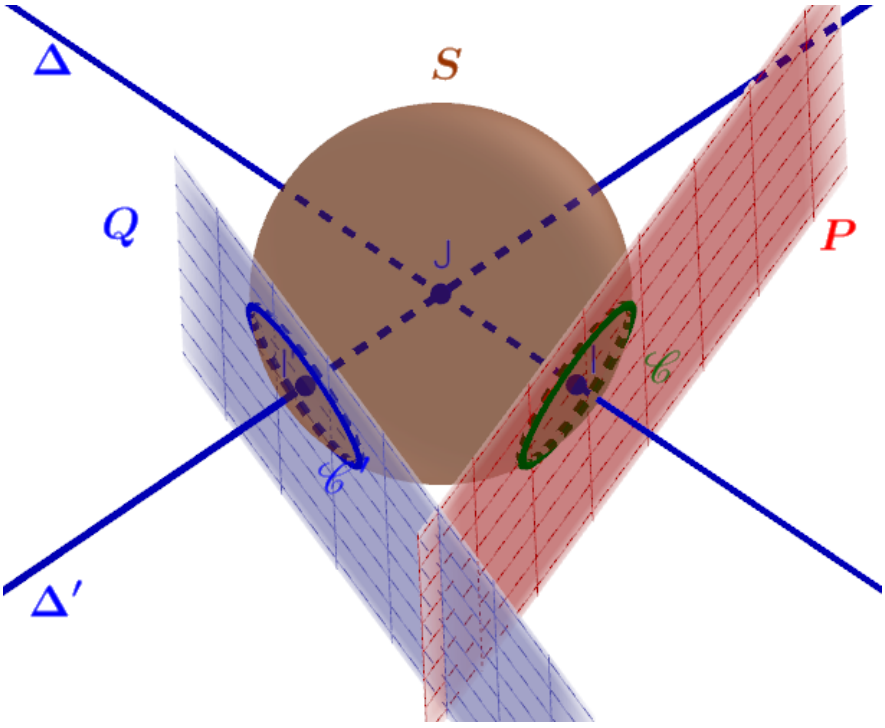
2°) Montrer que P_2 coupe S' selon un cercle Γ dont on déterminera le centre H et le rayon r.

Dans toute la suite on prend : $m=1$ et on pose $P=P_1$ et $J(-1,1,2)$.

II. Soient les points $I(0,0,1)$ et $I'(-2,2,1)$, le cercle $\mathcal{C}$ de centre I et de rayon 1 contenu dans le plan P, et le cercle $\mathcal{C}'$ de centre I' et de rayon 1 contenu dans le plan Q.

On désigne par Δ l'axe du cercle $\mathcal{C}$ et par Δ' l'axe du cercle $\mathcal{C}'$.

On se propose de démontrer qu'il existe une sphère S contenant $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$.



1°) Déterminer une représentation paramétrique de chacune des droites Δ et Δ'.

2°) Montrer que les droites Δ et Δ' sont sécantes au point $J(-1,1,2)$.

3°) Soit N un point de $\mathcal{C}$ et N' un point de $\mathcal{C}'$. Montrer que : $NJ=N'J$.

4°) Déduire qu'il existe une sphère S contenant $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ dont on précisera le centre et le rayon.